

UKURAN DISPERSI (Penyimpangan), SKEWNESS (Kemiringan) Dan KURTOSIS (Keruncingan)

PERTEMUAN 4

By : BIDA SARI, SP, MSi

Pengertian Penyebaran atau Dispersi

Penyebaran atau dispersi adalah pergerakan dari nilai observasi terhadap nilai rata-ratanya.

Ukuran penyebaran data adalah suatu ukuran yang menyatakan seberapa besar nilai-nilai data berbeda atau bervariasi dengan nilai ukuran pusatnya atau seberapa besar penyimpangan nilai-nilai data dengan nilai pusatnya.

Makin besar variasi nilai, makin kurang representatif rata-rata distribusinya.

Mengapa perlu mempelajari Dispersi ?

1. Untuk mengetahui seberapa besar penyimpangan data dengan nilai rata-rata hitungannya atau mengetahui sebaran nilai pada data tersebut, apakah berada di sekitar rata-rata atau tidak.
2. Untuk mengetahui variasi atau keragaman data
3. Untuk membandingkan sebaran data dari 2 atau lebih informasi distribusi nilai

Contoh ilustrasi:

Hasil Tes 2 Mahasiswa sebagai berikut :

A $\rightarrow$ 60 65 50 60 65 60

B $\rightarrow$ 30 90 50 70 60 60

Mahasiswa A : variasi nilai dari 50 sampai 65. (rata-rata = 60)

Mahasiswa B : variasi nilai dari 30 sampai 90. (rata-rata = 60)

Mahasiswa mana yang mempunyai sebaran nilai yang lebih baik ?

Ukuran variasi / dispersi, al :

A. Dispersi absolut :

1. Rentang (range) : Kuartil, Desil, Persentil,
2. Deviasi rata-rata (*mean deviation*),
3. Varians dan
4. Deviasi standar (*standar deviation*),

B. Dispersi relatif berupa koefisien variasi

1. Jangkauan / Rentang / Range

Jangkauan adalah selisih antara nilai maksimum (X_{maks}) dan nilai minimum (X_{min}) yang terdapat dalam data.

Jangkauan dapat dihitung dengan rumus:

$$R = X_{\text{maks}} - X_{\text{min}}$$

Contoh :

Tentukan range dari data : 10,6,8,2,4

Jawab : $R = X_{\text{maks}} - X_{\text{min}} = 10 - 2 = 8$

- Untuk data berkelompok, jangkauan distribusi dirumuskan sebagai beda antara pengukuran nilai titik tengah kelas pertama dan nilai titik tengah kelas terakhir.

“Semakin kecil ukuran jangkauan menunjukkan karakter data yang lebih baik”.

2. MEAN DEVIATION (Simpangan Rata-sata)

□ Simpangan rata-rata (SR) merupakan penyimpangan nilai-nilai individu dari nilai rata-ratanya.

□ Data Tunggal

$$SR = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n - 1} \quad (\text{untuk Sample})$$

$$SR = \frac{\sum |x_i - \mu|}{n} \quad (\text{untuk populasi})$$

□ Data Berkelompok

$$SR = \frac{\sum f_i |x_i - \bar{x}|}{\sum f_i} \quad (\text{untuk Sample})$$

$$SR = \frac{\sum f_i |x_i - \mu|}{\sum f_i} \quad (\text{untuk populasi})$$

1. Data Tunggal

$$SR = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n}$$

Contoh 1 :

Nilai ulangan matematika dari 6 siswa adalah : 7,5,6,3,8,7.

Tentukan simpangan rata-ratanya!

Jawab:

$$\mu = \bar{X} = \frac{7+5+6+3+8+7}{6} = 6$$

$$SR = \frac{|7-6| + |5-6| + |6-6| + |3-6| + |8-6| + |7-6|}{6} = \frac{8}{6} = 1,33$$

2. Data berbobot /data kelompok

$$SR = \frac{\sum f|x - \bar{x}|}{\sum f}$$

SR = Simpangan Rata-rata

$\bar{X}$ = rata-rata hitung data (mean)

x = titik tengah kelas interval ke-i (data kelompok)

f = frekuensi

Contoh :

Tentukan simpangan rata-rata dari data berikut :

$$\bar{x} = \frac{\sum f.x}{\sum f} = \frac{194}{20} = 9,7$$

$$SR = \frac{\sum f|x - \bar{x}|}{\sum f} = \frac{44,4}{20} = 2,22$$

Data	f	x	f.x	$ x - \bar{x} $	f $ x - \bar{x} $
3-5	2	4	8	5,7	11,4
6-8	4	7	28	2,7	10,8
9-11	8	10	80	0,3	2,4
12-14	6	13	78	3,3	19,8
Jumlah	20		194		44,4

3. VARIANS

- ▶ Yaitu rata-rata perbedaan antara mean dengan nilai masing-masing observasi.
- ▶ Rumus : $S^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n-1}$

Contoh :

Tentukan mean, simpangan rata-rata dan varians dari tabel berikut :

X (kg)	[x - $\bar{x}$]	[x - $\bar{x}$]²
48	9	81
52	5	25
56	1	1
62	5	25
67	10	100
285		

Contoh VARIANS

X (kg)	$x_i - \bar{x}$	$[x - \bar{x}]^2$
48	48-57= 9	81
52	52-57= 5	25
56	56-57= 1	1
62	62-57= 5	25
67	67-57=10	100
285	30	232

$$\text{Mean : } \bar{X} = \frac{48 + 52 + 56 + 62 + 67}{5} = \frac{285}{5} = 57 \text{ kg}$$

$$\text{Mean Deviasi : SR} = \frac{9 + 5 + 1 + 5 + 10}{5} = \frac{30}{5} = 6 \text{ kg}$$

$$\text{Varians : } s^2 = \frac{\sum(x - \bar{X})^2}{n-1} = \frac{81 + 25 + 1 + 25 + 100}{5 - 1} = \frac{232}{4} = 58 \text{ kg}$$

4. Simpangan Standar / Standar Deviasi

Simpangan standar (S) dari sekumpulan bilangan adalah akar dari jumlah deviasi kuadrat dari bilangan-bilangan tersebut dibagi dengan banyaknya bilangan atau akar dari rata-rata deviasi kuadrat.

a. Data tunggal – Populasi

$$S = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} \quad \text{atau}$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - \left[\frac{\sum x}{n} \right]^2}$$

Contoh simpangan Standar / Standar deviasi

Contoh : Data tunggal – Populasi

Tentukan simpangan baku dari data :
2,3,5,8,7.

Jawab :

$$\bar{X} = \frac{2 + 3 + 5 + 8 + 7}{5} = 5$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$$
$$= \sqrt{\frac{26}{5}} = \sqrt{5,2}$$

X	$(x - \bar{x})$	$(x - \bar{x})^2$
2	2-5 = -3	9
3	3-5 = -2	4
5	5-5 = 0	0
8	8-5 = 3	9
7	7-5 = 2	4
		26

Contoh Simpangan Standar / standar deviasi

2. Data berbobot / berkelompok – Populasi

$$S = \sqrt{\frac{\sum f(x - \bar{x})^2}{\sum f}} \quad \text{atau} \quad S = \sqrt{\frac{\sum fx^2}{\sum f} - \left[\frac{\sum f.x}{\sum f} \right]^2}$$

Contoh:

Tentukan standar deviasi dari data berikut

Data	f	x	f.x	x ²	f.x ²
3-5	2	4	8	16	32
6-8	4	7	28	49	196
9-11	8	10	80	100	800
12-14	6	13	78	169	1014
Jumlah	20		194		2042

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{\frac{\sum fx^2}{\sum f} - \left[\frac{\sum f.x}{\sum f} \right]^2} \\ &= \sqrt{\frac{2042}{20} - \left[\frac{194}{20} \right]^2} \\ &= \sqrt{8,01} = 2,83 \end{aligned}$$

Varians dan Standar Deviasi Sampel

- ▶ Varians

$$s^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}$$

- ▶ Standar deviasi

$$S = \sqrt{s^2}$$

Varians dan Standar Deviasi Sampel

Contoh Kasus Sampel :

No	Perusahaan	Harga saham	$x - \bar{X}$	$(x - \bar{X})^2$
1	Jababeka	215	-358	128164
2	Indofarma	290	-283	80089
3	Budi Acid	310	-263	69169
4	Kimia farma	365	-208	43264
5	Sentul City	530	-43	1849
6	Tunas Baru	580	7	49
7	proteinprima	650	77	5929
8	total	750	177	31329
9	Mandiri	840	267	71289
10	Panin	1200	627	393129
Jumlah		5730		824260
Rata - Rata ($\bar{X}$)		573	s^2	91584.44
			S	302.63

Varians :

$$s^2 = \frac{\sum (x - \bar{X})^2}{n - 1}$$

$$s^2 = 824260 / 9$$

$$s^2 = 91584.44$$

Standar deviasi :

$$S = \sqrt{s^2}$$

$$S = \sqrt{91584.44}$$

$$S = 302.63$$

Contoh Kasus

Kelas	Interval Kelas	f	Titik tengah (x)	f.x	$ x - \bar{X} $	$ x - \bar{X} ^2$	f. $ x - \bar{X} ^2$
1	16 — 24	10	20	200	13.68	187.1424	1871.424
2	25 — 33	18	29	522	4.68	21.9024	394.2432
3	34 — 42	14	38	532	4.32	18.6624	261.2736
4	43 — 51	4	47	188	13.32	177.4224	709.6896
5	52 — 60	2	56	112	22.32	498.1824	996.3648
6	61 — 69	2	65	130	31.32	980.9424	1961.885
Total		50	255	1684	89.64	1884.254	6194.88
Rata - rata (X)				33.68			

Rata-rata hitung:

$$\begin{aligned}
 \bar{x} &= \frac{\sum f \cdot x}{\sum f} \\
 &= \frac{1684}{50} \\
 &= 33.68
 \end{aligned}$$

Varians :

$$\begin{aligned}
 s^2 &= (\sum f \cdot |x - \bar{X}|^2) / n - 1 \\
 &= 6194.88 / 49 \\
 &= 126.4261
 \end{aligned}$$

Standar deviasi :

$$\begin{aligned}
 S &= \sqrt{s^2} \\
 &= \sqrt{126.4261} \\
 &= 11.2439
 \end{aligned}$$

Jangkauan Semi Inter Kuartil / Simpangan Kuartil (Qd)

$$\text{Yaitu : } Q_d = \frac{1}{2} (Q_3 - Q_1)$$

→ Hamparan atau Jangkauan Antar Kuartil (JAK) = $(Q_3 - Q_1)$

Contoh :

Tentukan simpangan kuartil dari data :

Nilai	f
45-49	3
50-54	6
55-59	10
60-64	12
65-69	5
70-74	4
Jumlah	40

Jadi, jangkauan semi interkuartil atau simpangan kuartil dari data di atas adalah

$$\begin{aligned} Q_d &= \frac{1}{2} (Q_3 - Q_1) = \frac{1}{2} (64,08 - 55) \\ &= 4,54 \end{aligned}$$

Menentukan Q_1 dan Q_3

Jawab :

Untuk menentukan Q_1 kita perlu $= \frac{1}{4} \times 40$ data

atau 10 data, jadi Q_1 terletak pada kelas interval ke-3. Dengan $b = 54,5$; $p = 5$; $F = 9$; $f = 10$

$$\begin{aligned}\text{Nilai } Q_1 &= 54,5 + 5 \left[\frac{\frac{140}{4} - 9}{10} \right] \\ &= 54,5 + 5 \left[\frac{1}{10} \right] = 55\end{aligned}$$

Menentukan Q_1

Untuk menentukan Q_3 diperlukan $= \frac{3}{4} \times 40$ data

atau 30 data, jadi Q_3 terletak pada kelas interval ke-4, dengan $b = 59,5$; $p = 5$; $F = 19$; $f = 12$

$$\begin{aligned}\text{Nilai } Q_3 &= 59,5 + 5 \left[\frac{\frac{3 \cdot 40}{4} - 19}{12} \right] = 59,5 + 5 \left[\frac{11}{12} \right] \\ &= 59,5 + 4,58 = 64,08\end{aligned}$$

Menentukan Q_3

Jadi, jangkauan semi interkuartil atau simpangan kuartil dari data di atas adalah

$$\begin{aligned} Q_d &= \frac{1}{2} (Q_3 - Q_1) = \frac{1}{2} (64,08 - 55) \\ &= 4,54 \end{aligned}$$



KOEFISIEN VARIANS

- ❑ **Koefisien variasi** adalah suatu perbandingan antara simpangan baku (SB) dengan nilai rata-rata dan dinyatakan dalam persentase.
- ❑ **Semakin Kecil Koefisien variasinya, maka data tersebut semakin Homogen.**

$$KV = \frac{S}{\bar{x}} \times 100 \%$$

(untuk Sampel)

$$KV = \frac{\sigma}{\mu} \times 100 \%$$

(untuk populasi)

Keterangan :

KV = Koefisien Variasi

S = Simpangan baku sampel

x = Rata-rata sampel

σ = Simpangan baku populasi

μ = Rata-rata populasi

Contoh :

$$\bar{x} = 33.58$$

$$s = 11.6054$$

Koefisien Varians :

$$KV = \frac{11.6054}{33.58} \times 100\% \\ = 34, 56 61$$

✓ KOEFISIEN VARIANS

- Koefisien variasi berguna untuk mengamati variasi data atau sebaran data dari rata-rata hitungnya; dalam pengertian jika koefisien variasinya semakin kecil, datanya semakin seragam (**homogen**). Sebaliknya, jika koefisien variasinya semakin besar, datanya semakin **heterogen**.
- Jika terdapat dua kelompok data KV_1 dan KV_2 maka:
 - Jika $KV_1 > KV_2$, maka data kelompok pertama lebih bervariasi atau lebih **heterogen** daripada kelompok kedua.
 - Jika $KV_1 < KV_2$, maka data kelompok pertama lebih lebih seragam (**homogen**) daripada kelompok kedua.

CONTOH SOAL Koefisien Varians

- Harga 5 mobil bekas masing-masing adalah Rp 4.000.000, Rp 4.500.000, Rp 5.000.000, Rp 4.750.000, serta Rp 4.250.000 dan harga 5 ayam masing-masing Rp 600, Rp 800, Rp 900, Rp 550, dan Rp 1000. Hitunglah simpangan baku harga mobil (sm) harga ayam (sa). Mana yang lebih bervariasi (heterogen), harga mobil atau harga ayam ?

Tabel Pehitungan ;

Harga 5 mobil bekas			Harga 5 ayam		
x	$(x - \bar{x})$	f. $(x - \bar{x})^2$	x	$(x - \bar{x})$	f. $(x - \bar{x})^2$
4.000.000	500.000	250.000.000.000	600	170	28.900
4.500.000	0	0	800	30	900
5.000.000	500.000	250.000.000.000	900	130	16.900
4.750.000	250.000	62.500.000.000	550	220	48.400
4.250.000	250.000	62.500.000.000	1000	230	52.900
		625.000.000.000			148.000

Rata-rata :

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \mu_m = (4.000.000 + 4.500.000 + \dots + 4.250.000)/5 \\ &= \text{Rp } 4.500.000\end{aligned}$$

PENYELESAIAN :

➤ Mencari Koefisien variasi Mobil :

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \mu_m = (4.000.000 + 4.500.000 + \dots + 4.250.000)/5 \\ &= \text{Rp } 4.500.000\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}s_m &= \sqrt{\Sigma(X_i - \mu_a)^2} / n - 1 = \sqrt{625.000.000.000 / 5 - 1} \\ &= \text{Rp } 395.285 \text{ (lihat slide 26)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}KV_m &= \sigma / \mu \times 100 \% \\ &= 395.285 / 4.500.000 \times 100\% \\ &= 8,78 \%\end{aligned}$$

➤ Mencari Koefisien variasi Ayam :

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \mu_a = (600 + 800 + \dots + 1.000)/5 \\ &= \text{Rp } 770\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}s_a &= \sqrt{\Sigma(X_i - \mu_a)^2} / n - 1 = \sqrt{148.000 / 5 - 1} \\ &= \text{Rp } 192,35 \text{ (lihat slide 26)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}KV_a &= \sigma / \mu \times 100 \%, \\ &= 192,35 / 770 \times 100\% \\ &= 24,98\%\end{aligned}$$

Karena $KV_a > KV_m$, ini berarti harga ayam lebih bervariasi (heterogen) dibandingkan harga mobil.

LATIHAN SOAL 1

1.

Nilai	f
6–8	2
9–11	8
12–14	6
15–17	4
jumlah	20

Tentukan :

- a. Mean
- b. Median
- c. Modus
- d. Quartil 1, 2 dan 3
- e. Desil 7
- f. Persentil 75
- g. Jangkauan
- h. Hamparan (Interquartile Range)
- i. Simpangan kuartil
- j. Simpangan rata-rata
- k. Varians
- l. Simpangan baku
- m. Rata-Rata Ukur
- n. Rata-Rata geometrik

2. Hitunglah Range, rata-rata deviasi, varians dan standar deviasi dari data nilai mahasiswa berikut : 40, 90, 55, 58, 85, 78, 45, 88, 62, 78, 69, 70, 80, 78, 65, 89, 64, 78, 62, 71

KEMENCENGAN ATAU KEMIRINGAN (SKEWNESS)

- ▶ Yaitu : merupakan tingkat ketidaksimetrisan atau kejauhan simetri dari sebuah distribusi
- ▶ Sebuah distribusi yang tidak simetris akan memiliki rata-rata, median dan modus yang tidak sama besarnya, sehingga distribusi akan terkonsentrasi pada salah satu sisi dan kurvanya akan menceng
- ▶ **CARA MENGETAHUI SKEWNESS**
 1. Koefisien Kemiringan **Pearson**
 2. Koefisien Kemiringan **Bowley**
 3. Koefisien Kemiringan **Momen** (Relative Skewness)

1. Koefisien Kemencengan Pearson

Rumus:

$$sk = \frac{\overline{X} - Mo}{s} \quad \text{atau} \quad sk = \frac{3(\overline{X} - Me)}{s}$$

Jika nilai sk dihubungkan dengan keadaan kurva maka:

1. $sk = 0 \rightarrow$ kurva memiliki bentuk simetris
2. $sk > 0 \rightarrow$ kurva menceng ke kanan
3. $sk < 0 \rightarrow$ kurva menceng ke kiri



DERAJAT (RUMUS PEARSON)

KEMENCENGAN

KURVA

$$CK = \frac{\bar{X} - Mod}{S}$$

$$CK = \frac{3(\bar{X} - Med)}{S}$$

$$\bar{X} - Mod = 3(\bar{X} - Med)$$

- CK = koefisien kemencengan
- S = simpangan baku
- Mod = modus
- Med = median
- $\bar{X}$ = rata-rata

$$sk = CK$$

- $CK = 0$

Distribusi data
simetris

- $CK < 0$

Distribusi data
menceng ke kiri

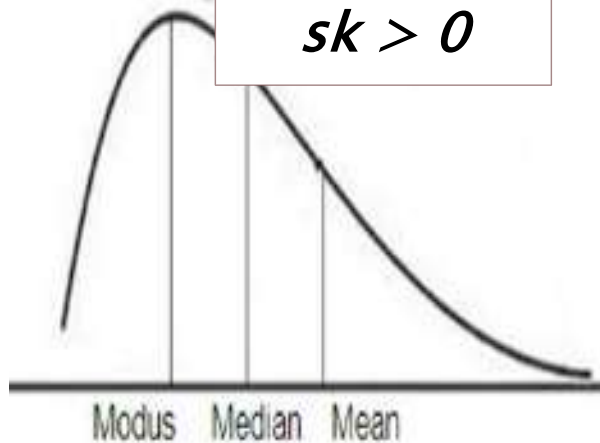
- $CK > 0$

Distribusi data
menceng ke kanan

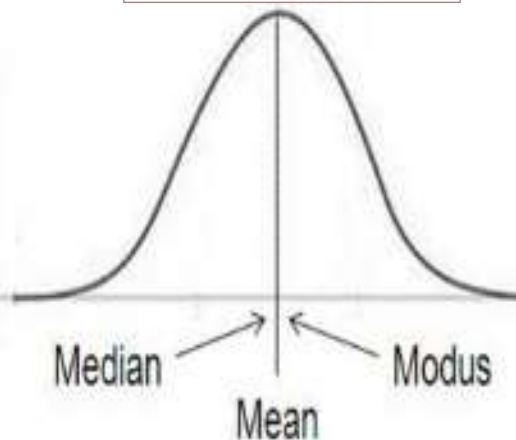
UKURAN KEMENCENGAN KURVA (RUMUS PEARSON)



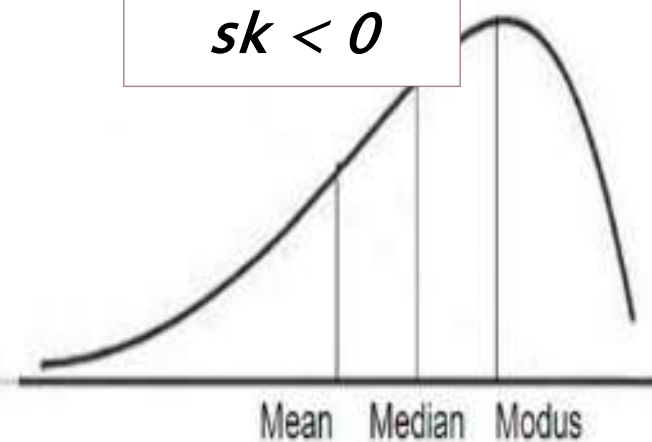
$$sk > 0$$



$$sk = 0$$



$$sk < 0$$



Mean > Median > Modus

Kurva Condong ke Kanan

Positive Skew

Data Lebih Kecil

Mean = Median = Modus

Kurva Normal

Mean < Median < Modus

Kurva Condong ke Kiri

Negative Skew

Data Lebih Besar



UKURAN KEMENCENGAN KURVA (RUMUS PEARSON) – data tunggal

- Contoh:

Berikut ini adalah waktu tunggu (dalam menit) 20 pelanggan di restoran ABC saat malam minggu untuk memperoleh meja.

28	39	23	67	37	28	56	40	28	50
51	45	44	65	61	27	24	61	34	44



UKURAN KEMENCENGAN KURVA (RUMUS PEARSON) – data tunggal

- Mean = $\bar{X} = 28.6$
- Modus = 28
- Standar deviasi = $S = 14.19$
- Ukuran kemencengan Pearson
 $K = 28.6 - 28 = 0.6$
- Koefisien kemencengan (CK)

$$ck = sk = \frac{\bar{X} - Mo}{S}$$

$$CK = \frac{0.6}{14.19} = 0.042$$

CK = 0,042 artinya data menceng ke kanan

2. Koefisien Kemencengan Bowley

Ukuran kemencengan yang didasarkan pada hubungan antarkuartil dikenal juga dengan koefisien kemencengan Bowley (Bowley's coefficient of skewness) atau sering disebut juga sebagai ukuran kemencengan kuartil (quartile coefficient of skewness).

Rumus :

$$sk_b = \frac{(Q_3 - Q_2) - (Q_2 - Q_1)}{(Q_3 - Q_2) + (Q_2 - Q_1)}$$

atau

$$sk_b = \frac{Q_3 - 2Q_2 + Q_1}{Q_3 - Q_1}$$



3. UKURAN KEMENCENGAN KURVA (RUMUS MOMEN)

■ Konsep

Rata-rata dan varians sebenarnya merupakan hal istimewa dari kelompok ukuran lain yang disebut **momen**.

Momen juga dapat digunakan sebagai cara untuk mengukur ketidaksimetrisan terhadap distribusi data dalam suatu variabel.

■ Lambang

Momen dapat ditulis “ **M_r** (momen ke- r) “



UKURAN (RUMUS MOMEN)

KEMENCENGAN

KURVA

■ Momen Data Tunggal

$$M_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^r$$

○ Momen Data Berkelompok

$$M_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i (X_i - \bar{X})^r$$

Untuk $r = 1$, maka M_1 (momen pertama) = **mean**

Untuk $r = 2$, maka M_2 (momen kedua) = **varians**

Untuk $r = 3$, maka M_3 (momen ketiga) = **kemencengan**

Untuk $r = 4$, maka M_4 (momen keempat) = **keruncingan**



DERAJAT KEMENCENGAN KURVA (RUMUS MOMEN)

- o Data Tunggal

$$\alpha_3 = \frac{M_3}{S^3} = \frac{1}{nS^3} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^3$$

- o α_3 = koefisien kemencengan
- o M_3 = momen ketiga, mengukur kemencengan
- o S^3 = simpangan baku
- o n = banyaknya data pengamatan
- o X_i = data frekuensi ke-i
- o $\bar{X}$ = rata-rata aritmatika atau mean



DERAJAT KEMENCENGAN KURVA (RUMUS MOMEN)

- o Data Berkelompok

$$\alpha_3 = \frac{M_3}{S^3} = \frac{1}{nS^3} \sum_{i=1}^k f_i (M_i - \bar{X})^3$$

- o α_3 = koefisien kemencengan
- o M_3 = momen ketiga, mengukur kemencengan
- o S^3 = simpangan baku
- o n = banyaknya data pengamatan
- o k = banyaknya kelas
- o f_i = frekuensi kelas ke-i
- o $\bar{X}$ = rata-rata hitung atau mean

M_i = nilai tengah kelas



DERAJAT KEMENCENGAN KURVA (RUMUS MOMEN)

- o Data Berkelompok

$$\alpha_3 = \frac{c^3}{S^3} = \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i d_i^3 - 3 \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i d_i^2 \right) \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i d_i \right) + 2 \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i d_i \right)^3 \right\}$$

- o α_3 = koefisien kemencengan
- o M_3 = momen ketiga, mengukur kemencengan
- o S^3 = simpangan baku
- o n = banyaknya data pengamatan
- o k = banyaknya kelas
- o c = besarnya kelas interval
- o f_i = frekuensi kelas ke-i
- o d_i = simpangan kelas ke-i terhadap titik asal asumsi
- o $\bar{X}$ = rata-rata hitung atau mean



DERAJAT KEMENCENGAN KURVA (RUMUS MOMEN)

- Jika $\alpha_3 = 0$, maka distribusi datanya simetris.
- Jika $\alpha_3 < 0$, maka distribusi datanya menceng ke kiri.
- Jika $\alpha_3 > 0$, maka distribusi datanya menceng ke kanan.



UKURAN KEMENCENGAN KURVA (RUMUS MOMEN) – data tunggal

■ Contoh:

Berikut ini adalah waktu tunggu (dalam menit) 20 pelanggan di restoran ABC saat malam minggu untuk memperoleh meja.

28	39	23	67	37	28	56	40	28	50
51	45	44	65	61	27	24	61	34	44

UKURAN KEMENCENGAN KURVA (RUMUS MOMEN) – data tunggal

	x_i	$(X_i - \bar{X})$	$(X_i - \bar{X})^2$	$(X_i - \bar{X})^3$
1	28	-14.6	213.16	-3112.136
2	39	-3.6	12.96	-46.656
3	23	-19.6	384.16	-7529.536
4	67	24.4	595.36	14526.784
5	37	-5.6	31.36	-175.616
6	28	-14.6	213.16	-3112.136
7	56	13.4	179.56	2406.104
8	40	-2.6	6.76	-17.576
9	28	-14.6	213.16	-3112.136
10	50	7.4	54.76	405.224
11	51	8.4	70.56	592.704
12	45	2.4	5.76	13.824
13	44	1.4	1.96	2.744
14	65	22.4	501.76	11239.424
15	61	18.4	338.56	6229.504
16	27	-15.6	243.36	-3796.416
17	24	-18.6	345.96	-6434.856
18	61	18.4	338.56	6229.504
19	34	-8.6	73.96	-636.056
20	44	1.4	1.96	2.744
Jumlah	852	0.00	3826.8	13675.44
Mean	42.6			

$$M_3 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k (X_i - \bar{X})^3 = \frac{1}{20} (13675.44) = 683.77$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (X_i - \bar{X})^2}{n-1} = \frac{3826.8}{19} = 201.41$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{201.41} = 14.19$$

$$S^3 = (14.19)^3 = 2858.4$$

$$\alpha_3 = \frac{M_3}{S^3} = \frac{683.77}{2858.4} = 0.239$$

Latihan soal 1:

Nilai ujian	f
31 – 40	4
41 – 50	3
51 – 60	5
61 – 70	8
71 – 80	11
91 – 90	7
91 – 100	2
Jumlah	40

Dari data di atas diketahui nilai rata-ratanya adalah 67,5, simpangan baku = 16,2, median = 70,5 dan modusnya = 74,94. Maka tentukan nilai sk dan ujiarah kemencengannya.

KERUNCINGAN/KURTOSIS/ PEAKEDNESS

- ▶ Ukuran keruncingan kurva adalah derajat atau ukuran tinggi rendahnya puncak suatu distribusi data terhadap distribusi normalnya data
- ▶ Berdasarkan keruncingan, kurva distribusi dapat dibedakan menjadi 3 macam, yaitu:
 1. **Leptokurtik**
Distribusi yang memiliki puncak relatif tinggi
 2. **Platikurtik**
Distribusi yang memiliki puncak hampir mendatar
 3. **Mesokurtik**
Distribusi yang memiliki puncak yang tinggi dan tidak mendatar

- ▶ Bila distribusinya merupakan distribusi simetris dan distribusi mesokurtik maka distribusi tersebut merupakan distribusi normal.
- ▶ Koefisien Keruncingan : Untuk mengetahui keruncingan suatu distribusi
- ▶ Jika hasil perhitungan koefisien keruncingan (kurtosis) adalah:
 - a. $\alpha_4 < 3$, merupakan distribusi **platikurtik**
 - b. $\alpha_4 > 3$, merupakan distribusi **leptokurtik**
 - c. $\alpha_4 = 3$, merupakan distribusi **mesokurtik**

► Untuk data tunggal

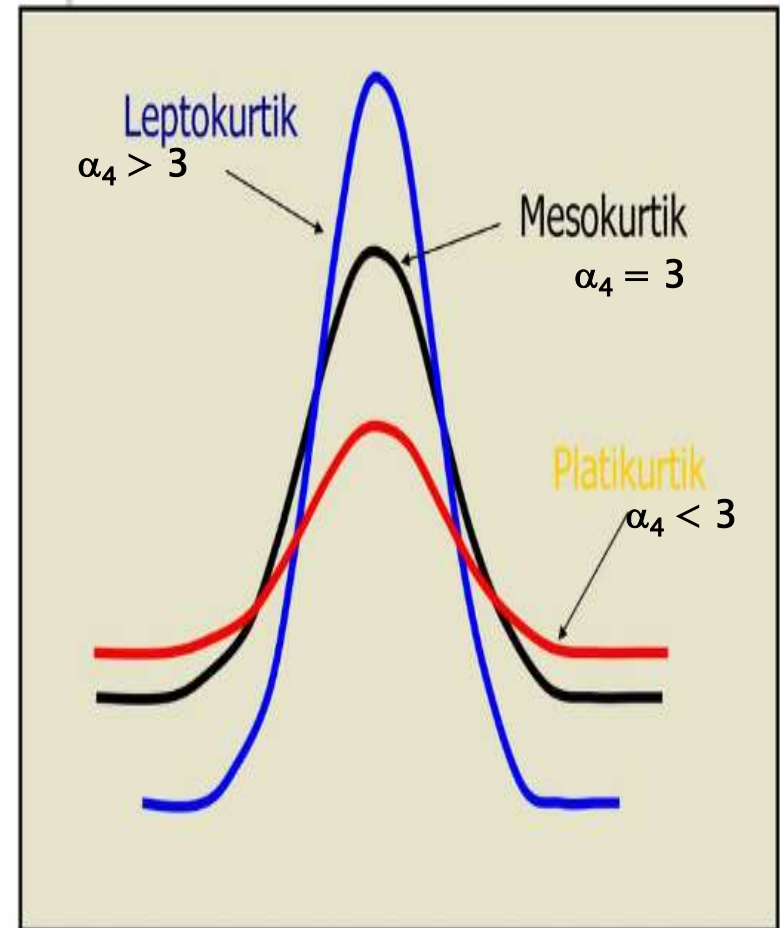
Rumus :

$$\alpha_4 = \frac{\frac{1}{n} \sum (X - \bar{X})^4}{s^4}$$

► Untuk data berkelompok

Rumus :

$$\alpha_4 = \frac{\frac{1}{n} \sum (X - \bar{X})^4 f}{s^4}$$





UKURAN KERUNCINGAN KURVA (RUMUS MOMEN)

○ Momen Data Tunggal

$$M_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^r$$

○ Momen Data Berkelompok

$$M_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i (X_i - \bar{X})^r$$

Untuk $r = 1$, maka M_1 (momen pertama) = **mean**

Untuk $r = 2$, maka M_2 (momen kedua) = **varians**

Untuk $r = 3$, maka M_3 (momen ketiga) = **kemencengan**

Untuk $r = 4$, maka M_4 (momen keempat) = **keruncingan**



UKURAN KERUNCINGAN KURVA (RUMUS MOMEN)

- Data Tunggal

$$\alpha_4 = \frac{M_4}{S^4} = \frac{1}{nS^4} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^4$$

- α_4 = koefisien kemencengan
- M_4 = momen ketiga, mengukur kemencengan
- S^4 = simpangan baku
- n = banyaknya data pengamatan
- X_i = data frekuensi ke-i
- $\bar{X}$ = rata-rata aritmatika atau mean



UKURAN KERUNCINGAN KURVA (RUMUS MOMEN)

- o Data Berkelompok

$$\alpha_4 = \frac{M_4}{S^4} = \frac{1}{nS^4} \sum_{i=1}^k f_i (M_i - \bar{X})^4$$

- o α_4 = koefisien kemencengan
- o M_4 = momen keempat, mengukur kemencengan
- o S^4 = simpangan baku
- o n = banyaknya data pengamatan
- o k = banyaknya kelas
- o f_i = frekuensi kelas ke-i
- o $\bar{X}$ = rata-rata hitung atau mean

M_i = nilai tengah kelas



UKURAN KERUNCINGAN KURVA (RUMUS MOMEN) – data tunggal

- Contoh:

Berikut ini adalah waktu tunggu (dalam menit) 20 pelanggan di restoran ABC saat malam minggu untuk memperoleh meja.

28	39	23	67	37	28	56	40	28	50
51	45	44	65	61	27	24	61	34	44

UKURAN KERUNCINGAN KURVA (RUMUS MOMEN) – data tunggal

	x_i	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^3$	$(x_i - \bar{x})^4$
1	28	213.16	-3112.136	45437.1856
2	39	12.96	-46.656	167.9616
3	23	384.16	-7529.536	147578.9056
4	67	595.36	14526.784	354453.5296
5	37	31.36	-175.616	983.4496
6	28	213.16	-3112.136	45437.1856
7	56	179.56	2406.104	32241.7936
8	40	6.76	-17.576	45.6976
9	28	213.16	-3112.136	45437.1856
10	50	54.76	405.224	2998.6576
11	51	70.56	592.704	4978.7136
12	45	5.76	13.824	33.1776
13	44	1.96	2.744	3.8416
14	65	501.76	11239.424	251763.0976
15	61	338.56	6229.504	114622.8736
16	27	243.36	-3796.416	59224.0896
17	24	345.96	-6434.856	119688.3216
18	61	338.56	6229.504	114622.8736
19	34	73.96	-636.056	5470.0816
20	44	1.96	2.744	3.8416
Jumlah	852	3826.8	13675.44	1345192.46
Mean	42.6			

$$M_4 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^4 = \frac{1}{20} (1345192.46) = 67259.62$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{3826.8}{19} = 201.41$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{201.41} = 14.19$$

$$S^4 = (14.19)^2 = 40566.2$$

$$\alpha_4 = \frac{M_4}{S^4} = \frac{67259.62}{40566.2} = 1.658$$

Jadi kurva yang terbentuk adalah kurva platikurtis ($\alpha_4 < 3$)



UKURAN KERUNCINGAN KURVA (RUMUS MOMEN) – data kelompok

■ Contoh

Berikut ini data tinggi badan 50 siswa dalam suatu sekolah. Tentukan ukuran keruncingan data tersebut.



Kelas	Frekuensi (f_i)
93 – 97	2
98 – 102	10
103 – 107	12
108 – 112	10
113 – 117	7
118 – 122	4
123 – 127	3
128 – 132	1
133 – 137	0
138 – 142	1
Jumlah	50



UKURAN KERUNCINGAN KURVA (RUMUS MOMEN)

Kelas	Frekuensi (f_i)	Nilai Kelas (X_i)	$f_i (X_i - \bar{X})^3$	$f_i (X_i - \bar{X})^4$
93 – 97	2	95	-6224	90874
98 – 102	10	100	-8847	84935
103 – 107	12	105	-1168	5373
108 – 112	10	110	1	0
113 – 117	7	115	1102	5952
118 – 122	4	120	4499	46794
123 – 127	3	125	10957	168735
128 – 132	1	130	8490	173189
133 – 137	0	135	0	0
138 – 142	1	140	28094	854072
Jumlah	50		36.904	1429924



UKURAN KERUNCINGAN KURVA (RUMUS MOMEN)

$$M_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i (X_i - \bar{X})^r$$

$$M_4 = \frac{1}{50} (1429924) = 28598.48$$

$$S^4 = (9.36)^4 = 7672.33$$

$$\alpha_4 = \frac{M_4}{S^4}$$

$$\begin{aligned} \alpha_4 &= \frac{28598.48}{7672.33} \\ &= 3.727 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S^2 &= \frac{\sum_{i=1}^k f_i (X_i - \bar{X})^2}{n-1} = \frac{(4292)}{50-1} = 87.59 \\ S &= \sqrt{87.59} = 9.36 \end{aligned}$$

Jadi kurva yang terbentuk adalah kurva leptokurtis ($\alpha_4 > 3$)

Latihan Soal 2 :

1. Tentukan kemencengan dan keruncingan dari data di bawah ini dengan menggunakan kemencengan pearson.

a.

Berat Badan	f
35 – 39	4
40 – 44	9
45 – 49	12
50 – 54	10
55 – 59	9
60 – 64	8
65 – 69	3

b.

Interval Kelas	Nilai Tengah (X)	Frekuensi
9-21	15	3
22-34	28	4
35-47	41	4
48-60	54	8
61-73	67	12
74-86	80	23
87-99	93	6
		$\Sigma f = 60$